

# LEHRERHANDREICHUNG ZU „POLLYS TAGEBUCH“



Es gibt unendlich viele konvexe Polyeder. Anders als der Würfel oder die Pyramide, die auch zur Familie der Polyeder gehören, haben die meisten aber gar keinen Namen. Gemeinsam mit Ihren Schülerinnen und Schülern können Sie dabei helfen, das zu ändern. Adoptieren Sie Polyeder und geben Sie ihnen Namen.

*Konvexe Polyeder* bestehen aus:

- ebenen Seitenflächen,
- geraden Kanten und
- nach außen stehenden Ecken.



Der Würfel, die Pyramide und ein (noch) namenloses Polyeder mit sechs Ecken.

Mit dem Lerntagebuch „Pollys Tagebuch“ können Ihre Schülerinnen und Schüler Polyeder kennenlernen und dabei wichtige inhaltliche und prozessbezogene mathematische Kompetenzen erlernen und einüben. In dieser Handreichung für Lehrkräfte finden Sie neben praktischen Hinweisen zur Durchführung des Projektes auch sinnvolle Anknüpfungspunkte des Projektes an das Curriculum und eine Übersicht über die Lernvoraussetzungen und Lernziele. Außerdem gibt es ein Lösungsposter zum Tagebuch zur Selbstkontrolle. Ganz am Ende dieser Handreichung finden Sie außerdem einen Feedbackbogen für Lehrkräfte. Die E-Mailadresse für das Feedback, aber auch für sonstige Fragen und Anmerkungen lautet: [schule@polytopia.eu](mailto:schule@polytopia.eu).

## INHALT DIESER LEHRERHANDREICHUNG

- Pollys Tagebuch als Reiseführer im Mathematikunterricht (S. 2)
- Lernvoraussetzungen und Lernziele im Kompetenzmodell (S. 3-4)
- Praktische Hinweise zur Vorbereitung (S. 5)
- Hintergrund des Projektes (S. 6)
- Lösungsposter (S. 7)
- Feedbackbogen für Lehrkräfte (S. 8-9)

## POLLYS TAGEBUCH ALS REISEFÜHRER IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Um das Projekt „Adoptiere ein Polyeder“ an den regulären Mathematikunterricht in den Klassenstufen 5 bis 8 anzuknüpfen, haben wir das Lerntagebuch „Pollys Tagebuch“ entwickelt. Lerntagbücher sind ein Hauptbestandteil des *dialogischen Lernens*. Das Tagebuch dient den Schülerinnen und Schülern als Reiseführer. Der Lernprozess wird gleichzeitig abgebildet und individuell gesteuert.

Das Tagebuch beinhaltet Handlungsimpulse verschiedener Art, wie Lesen, Schreiben, Zeichnen, Zuordnen, Messen und Rechnen. Auf diese Weise treten die Schülerinnen und Schüler in einen aktiven Dialog mit dem Stoff. Das Heft ist so gestaltet, dass die Lernenden es relativ zügig durcharbeiten können und so ein direktes Erleben von Lernerfolg ermöglicht wird. Unterwegs gibt es die Möglichkeit zur Selbstreflexion und zwei Differenzierungsaufgaben.

Das Tagebuch ist in vier Sinnabschnitte unterteilt. Zunächst wird der Begriff des Polyeders eingeführt und an Aufgaben zum Erkennen und Zeichnen von Polyedern und Körpern, die keine Polyeder sind, geübt. Der nächste Abschnitt beschäftigt sich mit Polyedernetzen. Dabei wird an das schon bekannte Würfelnetz angeknüpft und zu allgemeinen Polyedernetzen hin erweitert.

Im dritten Abschnitt baut die Lerngruppe gemeinsam ein Polyedermodell. Dazu werden die Schülerinnen und Schüler in Kleingruppen aufgeteilt. Jede Gruppe erhält eine Seitenfläche des Polyeders. Die Kantenlängen der Seitenflächen werden dabei um einen festen Faktor vergrößert. Diesen können Sie als Lehrkraft entweder vorgeben oder der Lerngruppe die Einigung auf einen Faktor überlassen. Eine leistungsstarke Gruppe kann hier *entdeckend* den quadratischen Zusammenhang zwischen den Kantenlängen und dem Flächeninhalt *lernen*. Während die einzelnen vergrößerten Seitenflächen zu einem Polyeder zusammengesetzt werden, sammeln die Schülerinnen und Schüler Namensvorschläge für das Polyeder. Nach Fertigstellung des Modells wird über einen Adoptionsnamen abgestimmt. Überdies gibt es noch die Möglichkeit, dass jede Schülerin und jeder Schüler ein eigenes Polyeder adoptiert. Sie können dazu gleich einen ganzen Klassensatz Polyeder herunterladen, der jedes Mal neu aus unserer Datenbank generiert wird.

Nachdem sich die Schülerinnen und Schüler nun eingehend mit Polyedern beschäftigt und sogar eine Patenschaft übernommen haben, werden sie im letzten Abschnitt dazu eingeladen, einen forschenden Blick auf das Thema zu werfen. Der übliche Ablauf des Mathematikunterrichts wird auf den Kopf gestellt, denn jetzt geht es darum eine gute, d.h. interessante und nicht gleich lösbare Frage zu stellen. Die Methode des Forscherfragen-Findens lehnt an das Konzept des *forschenden Lernens* an.

## EINORDNUNG IN DAS KOMPETENZMODELL: LERNVORAUSSETZUNGEN UND LERNZIELE

Die Lernziele des Projektes können in der Terminologie der Bildungsstandards, die im Rahmen der von der Kultusministerkonferenz als inhaltsbezogene mathematische Standards und prozessbezogene mathematische Kompetenzen formuliert wurden, wie folgt dargestellt werden.

Die *Leitideen* „Raum und Form“ [L3] und „Größen und Messen“ [L2] stehen klar im Vordergrund.

Im Themenbereich „Raum und Form“ wird zunächst das Erkennen und Bestimmen von konvexen Polyedern anhand ihrer drei definierenden Eigenschaften (ebene Seitenflächen, gerade Kanten und nach außen stehenden Ecken) eingeübt. Geometrische Körper werden anhand dieser Kriterien analysiert und es muss begründet werden, ob es sich um konvexe Polyeder handelt oder nicht.

Die konvexen Polyeder werden in verschiedenen geometrischen Darstellungsformen repräsentiert. Die Definition von konvexen Polyedern erfolgt als perspektivisches Schrägbild. Im Anschluss daran werden Polyedernetze und Polyeder miteinander in Verbindung gebracht. Im Prozess des händischen Zusammenfügens des Polyedernetzes zu einem räumlichen Modell wird der Darstellungswechsel von den Lernenden selbst vollzogen. Die interaktive Visualisierung auf der Webseite bietet eine weitere Darstellungsform. Diese kann mit einer VR-Brille durch Knopfdruck sogar zu einer gänzlich neuen medialen Erfahrung für die Schülerinnen und Schüler werden.

„Größen und Messen“ wird vor allem bei der Konstruktion der vergrößerten Seitenfläche verwendet. Dazu müssen die Längen der Kanten und die Winkel gemessen werden. Hierbei wird der Umgang mit dem Geodreieck und dessen verschiedenen Skalen geübt. Die gemessenen Größen werden mit sinnvoller Genauigkeit in eine Tabelle eingetragen. Bei der Vergrößerung werden nur die Längen vervielfacht und nicht die Winkel. Ähnlichkeit wird verwendet, aber nicht explizit definiert. Beim konstruktiven Zeichnen der vergrößerten Seitenfläche kann wieder der Umgang mit dem Geodreieck geübt werden.

Bei den prozessbezogenen *mathematischen Kompetenzen* ist vor allem [K4] „Mathematische Darstellungen verwenden“ zu nennen. Wir orientieren uns dabei am didaktischen Prinzip des Wechsels zwischen enaktiver, ikonischer und symbolischer Darstellungsebene (E-I-S Prinzip). Die Darstellung des Polyeders als Polyedernetz in seiner enaktiven Form lädt direkt zum mathematischen Handeln ein. Das Netz muss durch den Prozess des Ausschneidens, Faltens und Zusammenklebens in seine dreidimensionale Form gebracht werden.

Auf der Internetseite finden die Schülerinnen und Schüler ihr persönliches Polyeder in einer interaktiven, computergestützten und digitalen ikonischen Darstellung.

Diese Darstellung kann eingefärbt oder auch durch Ein- und Ausschalten der Ecken, Kanten und Seitenflächen verändert werden. Die Schülerinnen und Schüler haben die Möglichkeit *ihrem* adoptierten Polyeder einen Namen zu geben. Die symbolische Darstellung wird also selbst gewählt und ist somit nicht, wie sonst in der Mathematik und den Naturwissenschaften üblich, schon vorgegeben. Hierbei erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass es möglich ist, an Wissenschaft gestaltend teilzunehmen. Diese Veränderung der Wahrnehmung von Mathematik ist eines der Hauptziele unseres Projektes.

### LERNVORAUSSETZUNGEN:

Die Schülerinnen und Schüler müssen in den hier genannten Lernvoraussetzungen noch nicht völlig sattelfest sein. Vieles wird in Pollys Tagebuch noch einmal wiederholt. Die zentralen Lernvoraussetzungen sind:

- Messen und Zeichnen von Streckenlängen
- Messen und Zeichnen von Winkeln
- Umgang mit den Maßeinheiten cm und Grad
- Zeichnen von Drei- und Vielecken
- Multiplikation von Dezimalzahlen mit einem ganzzahligen Faktor
- Würfelnetze

## PRAKTISCHE HINWEISE ZUR VORBEREITUNG:

### DRUCKEN

- Lerntagebuch, pro Schölerin und Schöler je ein Exemplar
- Ein Klassenpolyeder, dreimal
- Klassensatz Polyedernetze reservieren und (möglichst auf etwas kräftigeres Papier) drucken
- Lösungsposter zum Aufhängen im Klassenraum

### BESORGEN

- Pappe (möglichst in verschiedenen Farben)
- Klebefilm (Beim vergrößerten Klassenpolyeder werden die Klebelaschen abgeschnitten. Später wird es mit Klebefilm zusammengesetzt.)

### PLANEN

- Die Schölerinnen und Schöler an das Mitbringen von Schere, Klebstoff und Geodreieck erinnern.
- Haben die Schölerinnen und Schöler aktive und erreichbare Emailadressen?
- Überlegen, ob ein Faktor für die Vergrößerung der Seitenflächen vorgegeben wird, oder ob die Schölerinnen und Schöler dies selbst bestimmen. (Dabei auf die Maße der Pappe achten, damit dies auch umsetzbar ist.)
- Die Seitenflächen des Klassenpolyeders auf allen drei Bögen nummerieren. Eines der Netze auseinanderschneiden, dabei auch die grauen Klebelaschen abschneiden.

## HINTERGRÜNDE ZUM PROJEKT „ADOPTIERE EIN POLYEDER“

Das Projekt „Adoptiere ein Polyeder“ ist ein Teil der Öffentlichkeitsarbeit des Sonderforschungsbereichs „Discretization in Dynamics and Geometry“, der aus Fördergeldern der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) finanziert wird und sich mit der Struktur und Anwendungen von diskreter Mathematik beschäftigt. Mathematikerinnen und Mathematiker der Technischen Universität Berlin, der Technischen Universität München und der Freien Universität Berlin erforschen die Diskretisierung von Differentialgeometrie und Dynamischen Systemen. Diskret bedeutet in einem mathematischen Zusammenhang unterscheidbar. So sind zum Beispiel die Ecken eines Quadrats klar voneinander zu trennen, während man einen Kreis als Vieleck mit unendlich vielen, nicht mehr voneinander unterscheidbaren Ecken verstehen kann. Dreidimensionale Polyeder mit ihren klar erkennbaren Ecken, Kanten und Seitenflächen gehören zu den klassischen Forschungsgebieten der diskreten Geometrie.

## ZIELE

Ziel des Projektes ist es, in einer kollektiven Aktion Modelle „sämtlicher“ Polyeder zu bauen. Dazu geben wir alle Polyeder mit (zunächst) bis zu neun Ecken zur Adoption frei. Alle Polyeder zu realisieren ist freilich nicht möglich, da es unendlich viele von ihnen gibt. Aber alle können mithelfen, sie zum Leben zu erwecken, indem sie eigenes individuelles Polyeder adoptieren, ihm einen Namen geben und dann ein Modell bauen.

Wir möchten insbesondere auch Schülerinnen und Schüler dazu einladen, aktiv und gestaltend an Mathematik teilzunehmen. Der Bau von geometrischen Modellen steht dabei im Zentrum. Modellbau war lange eine zentrale Disziplin in der (Hochschul-) Mathematik und ist in den letzten Jahrzehnten hinter der Visualisierung mit dem Computer zurückgetreten. Das händische Zusammenfügen eines Modells ermöglicht jedoch eine Beschäftigung und ein Begreifen von Mathematik jenseits des abstrakten Verstehens.

## CITIZEN ART

In letzter Zeit gibt es vermehrt Bestrebungen im Zuge von Citizen Science (dt. Bürgerwissenschaften), Bürgerinnen und Bürger aktiv in die wissenschaftliche Forschung einzubeziehen. Als Mathematikerinnen und Mathematiker wünschen wir uns ebenfalls interessierten Bürgerinnen und Bürgern eine Möglichkeit zur Partizipation anzubieten. Da der Bau von Modellen auch einen kreativen und individuellen Anteil hat und wir die Berührungspunkte von Mathematik und Kunst betonen möchten, fassen wir den Charakter des Projektes unter dem Begriff *Citizen Art* zusammen.

# Lösungen

Kreuze an, bei welchen Körpern es sich um Polyeder handelt:



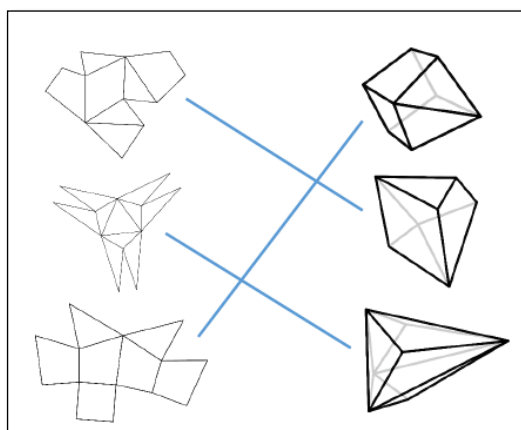
Hier findest du alle Lösungen zum Lerntagebuch!






Ergänze die Definition mit den richtigen Begriffen.

geraden, ein, runden, nach innen stehend, ~~nach außen stehend~~, kein, ebenen

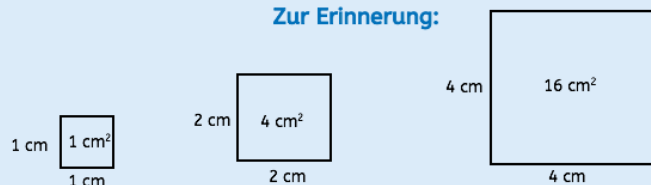
Polyeder aus Polly Familie sind Körper, aus ebenen Seitenflächen, geraden Kanten und nach außen stehenden Ecken. Der Würfel und die Pyramide gehören zum Beispiel zu Pollys Familie. Die Kugel ist kein Polyeder.



Handelt es sich um ein Polyeder? Kreuze an und begründe deine Antwort.

<input checked="" type="checkbox"/> 	<input checked="" type="checkbox"/> 	<input type="checkbox"/> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ebene Seitenflächen</li> <li>- Gerade Kanten</li> <li>- Nach <u>außen stehende</u> Ecken</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ebene Seitenflächen</li> <li>- Gerade Kanten</li> <li>- Nach <u>außen stehende</u> Ecken</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- gerundete Seitenflächen</li> <li>- runde Kante</li> </ul>

Zur Erinnerung:



Wenn sich die Kantenlänge verdoppelt, dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.

Und, war alles richtig?



## FEEDBACK:

Wir möchten gerne wissen, wie Ihnen das Projekt „Adoptiere ein Polyeder“ gefällt und Sie darum bitten, diesen Fragebogen auszufüllen. Sie können die Fragen entweder in eine Mail kopieren und mit dem Betreff „Fragebogen“ an [schule@polytopia.eu](mailto:schule@polytopia.eu) senden, oder per Post an: Anna Maria Hartkopf, Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin.

1. Mit welcher Klassenstufe in welcher Schulform haben Sie das Projekt durchgeführt?

2. In welchem Bundesland unterrichten Sie?

3. Wie würden Sie die Leistungsfähigkeit Ihrer Lerngruppe beschreiben? Hat das Tagebuch gut dazu gepasst?

4. Wie viel Zeit hatten Sie für das Projekt eingeplant und wie lange hat es tatsächlich gedauert?



5. Haben Sie das ganze Lerntagebuch mit ihrer Klasse gemacht, oder nur Abschnitte und wenn ja, welche?

6. Was hat gut funktioniert?

7. Was hat nicht so gut funktioniert?

8. Welche mathematischen Fähigkeiten haben Ihre Schülerinnen und Schüler neu gelernt bzw. vertieft?

9. Konnten die Schülerinnen und Schüler durch das Projekt einen anderen Blick auf die Mathematik werfen, wenn ja welchen?

10. Haben Sie noch Anregungen, Hinweise oder Verbesserungsvorschläge?

Vielen Dank für Ihre Rückmeldung!

